

Řešení soustavy dvou rovnic o dvou neznámých.

Jsou uvedeny celkem čtyři možné způsoby řešení na stejném příkladu.

Zadání soustavy rovnic

$$2x + 3y = 4 \quad \text{rovnice (1)}$$

$$4x + 5y = 2 \quad \text{rovnice (2)}$$

1. způsob řešení:

1.1. Z rovnice (1) vyjádřím neznámou "x" a její výraz dosadím do rovnice (2)

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 4 \\ 2x &= 4 - 3y \\ x &= 2 - 1,5y \end{aligned}$$

$4 \cdot (2 - 1,5y) + 5y = 2$ výraz "x" dosazuji do rovnice (2) a řeším rovnici o 1 neznámé

$$\begin{aligned} 8 - 6y + 5y &= 2 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

1.2. Stejným způsobem mohu začít u vyjádření neznámé "x" z rovnice (2)

Z rovnice (2) vyjádřím neznámou "x" a její výraz dosadím do rovnice (1)

$$\begin{aligned} 4x + 5y &= 2 \\ 4x &= 2 - 5y \\ x &= 0,5 - 1,25y \end{aligned}$$

$2 \cdot (0,5 - 1,25y) + 3y = 4$ výraz "x" dosazuji do rovnice (1) a řeším rovnici o 1 neznámé

$$\begin{aligned} 1 - 2,5y + 3y &= 4 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

1.3. Vypočítanou hodnotu "y" mohu dosadit do rovnice (1) nebo (2) a vypočítat hodnotu "x".

$$\begin{aligned} 2x + 3 \cdot 6 &= 4 && \text{výraz "y" dosazuji do rovnice (1) a řeším rovnici o 1 neznámé} \\ 2x &= 4 - 18 \\ 2x &= -14 \\ x &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x + 5 \cdot 6 &= 2 && \text{výraz "y" dosazuji do rovnice (2) a řeším rovnici o 1 neznámé} \\ 4x &= 2 - 30 \\ 4x &= -28 \\ x &= -7 \end{aligned}$$

Záver: V obou případech jsem obdržel stejné výsledky.

2. způsob řešení:

2.1. Z rovnice (1) vyjádřím neznámou "y" a její výraz dosadím do rovnice (2)

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 4 \\3y &= 4 - 2x \\y &= \frac{4}{3} - \frac{2}{3}x\end{aligned}$$

$$4x + 5\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}x\right) = 2 \quad \text{výraz "y" dosazuji do rovnice (2) a řeším rovnici o 1 neznámé}$$

$$4x + \frac{20}{3} - \frac{10}{3}x = 2$$

$$\frac{12}{3}x - \frac{10}{3}x = 2 - \frac{20}{3}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{6-20}{3}$$

$$x = -7$$

obe strany rovnice vynásobím hodnotou 3 (odstráním zlomky)

2.2. Stejným způsobem mohu začít u vyjádření neznámé "y" z rovnice (2)

Z rovnice (2) vyjádřím neznámou "y" a její výraz dosadím do rovnice (1)

$$\begin{aligned}4x + 5y &= 2 \\5y &= 2 - 4x \\y &= \frac{2}{5} - \frac{4}{5}x\end{aligned}$$

$$2x + 3\left(\frac{2}{5} - \frac{4}{5}x\right) = 4 \quad \text{výraz "y" dosazuji do rovnice (1) a řeším rovnici o 1 neznámé}$$

$$2x + \frac{6}{5} - \frac{12}{5}x = 4$$

$$\frac{10}{5}x - \frac{12}{5}x = 4 - \frac{6}{5}$$

$$\frac{2}{5}x = \frac{20-6}{5}$$

$$x = -7$$

obe strany rovnice vynásobím hodnotou 5 (odstráním zlomky)

Záver: V obou případech jsem obdržel stejné výsledky.

3.1. Další způsob řešení - vyjádřím stejnou neznámou z obou rovnic (zamerím se na "x").

Z rovnice (1) vyjádřím neznámou "x" podobně jako v případě 1.1.

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 4 \\2x &= 4 - 3y \\x &= 2 - 1,5y\end{aligned}$$

Z rovnice (2) vyjádřím neznámou "x" podobně jako v případě 1.2.

$$\begin{aligned}4x + 5y &= 2 \\4x &= 2 - 5y \\x &= 0,5 - 1,25y\end{aligned}$$

Protože se rovnají levé strany (neznámá "x"), musí se rovnat i pravé strany. Proto sestavím rovnici pro neznámou "y" ze získaných pravých stran

$$\begin{aligned}2 - 1,5y &= 0,5 - 1,25y \\2 - 0,5 &= -1,25y + 1,5y \\1,5 &= 0,25y \\y &= 6\end{aligned}\quad \text{získávám hodnotu neznámé "y"}$$

3.2. Další způsob řešení - vyjádřím stejnou neznámou z obou rovnic (zamerím se na "y").

Z rovnice (1) vyjádřím neznámou "y" podobně jako v případě 2.1.

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 4 \\y &= \frac{4}{3} - \frac{2}{3}x\end{aligned}\quad y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}\quad \text{tento výraz představuje rovnici přímky ve smernicovém tvaru}$$

Z rovnice (2) vyjádřím neznámou "y" podobně jako v případě 2.2.

$$\begin{aligned}4x + 5y &= 2 \\y &= \frac{2}{5} - \frac{4}{5}x\end{aligned}\quad y = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}\quad \text{tento výraz představuje rovnici přímky ve smernicovém tvaru}$$

Protože se rovnají levé strany (neznámá "y"), musí se rovnat i pravé strany. Proto sestavím rovnici pro neznámou "x" ze získaných pravých stran. (Popsané přímky se musí protínat).

$$\frac{4}{3} - \frac{2}{3}x = \frac{2}{5} - \frac{4}{5}x\quad \text{upravím obe strany na společného jmenovatele (15)}$$

$$\frac{20}{15} - \frac{10}{15}x = \frac{6}{15} - \frac{12}{15}x$$

obe strany rovnice vynásobím hodnotou 15 (odstráním zlomky)

$$20 - 10x = 6 - 12x$$

$$2x = -14$$

$$x = -7$$

získávám hodnotu neznámé "x"

Záver: V obou případech jsem obdržel stejné výsledky, jako při předchozím způsobu řešení.

4.1.1. Způsob "sectení" dvou rovnic. (k obema stranám rovnice se přičítá stejná část)

Vhodnou úpravou si připravím obe rovnice pro „sectení“ tak, abych získal pouze jednu neznámou. (zamerím se na odstranění neznámé "x")

$$2x + 3y = 4$$

rovnice (1)

rovnici vynásobím číslem (-2)

$$4x + 5y = 2$$

rovnice (2)

rovnici nechám v původním tvaru

$$-4x - 6y = -8$$

$$\underline{+4x + 5y = +2}$$

$$0 - 1y = -6$$

$$y = 6$$

provedu sectení obou rovnic a získám rovnici s jednou neznámou "y"

vypočtenou hodnotu "y" dosadím do jedné nebo druhé rovnice

$$2x + 3.6 = 4$$

hodnota "y" je dosazena do rovnice (1)

$$2x = 4 - 1.8$$

$$x = -7$$

získávám hodnotu neznámé "x" z rovnice (1)

$$4x + 5.6 = 2$$

hodnota "y" je dosazena do rovnice (2)

$$4x = 2 - 30$$

$$x = -7$$

získávám hodnotu neznámé "x" z rovnice (2)

V obou případech byl získán stejný výsledek.

4.1.2. Způsob "sectení" dvou rovnic. (k obema stranám rovnice se přičítá stejná část)

Vhodnou úpravou si připravím obe rovnice pro „sectení“ tak, abych získal pouze jednu neznámou. (zamerím se na odstranění neznámé "y")

$$2x + 3y = 4$$

rovnice (1)

rovnici vynásobím číslem (-5)

$$4x + 5y = 2$$

rovnice (2)

rovnici vynásobím číslem +3

$$-10x - 15y = -20$$

$$\underline{+12x + 15y = +6}$$

$$2x + 0 = -14$$

$$x = -7$$

provedu sectení obou rovnic a získám rovnici s jednou neznámou "x"

vypočtenou hodnotu "x" dosadím do jedné nebo druhé rovnice

$$2 \cdot (-7) + 3y = 4$$

hodnota "x" je dosazena do rovnice (1)

$$3y = 4 + 14$$

$$y = +6$$

získávám hodnotu neznámé "y" z rovnice (1)

$$4 \cdot (-7) + 5y = 2$$

$$5y = 2 + 28$$

$$y = +6$$

hodnota "x" je dosazena do rovnice (2)

získávám hodnotu neznámé "y" z rovnice (2)

V obou případech byl získán stejný výsledek a všechny výsledky odpovídají předchozím řešením.